新進研究者 Research Note

真理の表現的機能と反映原理について

林　大智

Abstract

Deflationism about truth stresses the two aspects of truth. First, truth has no substantial properties. Second, it is a useful tool for expressing, e.g. general assertions. Mainly because of the Gödel phenomena, however, there is some problem with these requirements in formal theories of truth.

Following Horsten and Leigh (2017), this paper claims that this difficulty can be partially overcome at least for the typed theory of truth with the help of iterated reflection principles. Furthermore, we show that it is possible to add restricted reflection principles to the Friedman-Sheard theory without paradox, and thus the theory partially satisfies the deflationists' requirements, too.

研究テーマ

形式的な真理の理論における、デフレ主義と真理の表現的有用性の関係

1 真理のデフレ主義と一般化の機能

真理のデフレ主義者は、おおまかには、真理は実質的な（あるいは重要な）概念ではないものの、表現上の有用性をもつ、ということを主張する。特に、真理の有用性の一つとして「一般化」と呼ばれる機能が広く認められてきた[1]。例えば、ある人が「今日は晴れているか、晴れていないかのどちらかだ」などといった、具体的な排中律のあらゆる例を全て認めているとする。このような例は無数に多く考えられるため、その人の態度は、それぞれを無数の連言でつないだ形で表す必要がある。だが、代わりに真理述語を用いれば、たった一文、「あらゆる排中律の例は真だ」によって表現できることになる。

形式的な真理理論においてこの表現的機能を実現しようとする場合、一般にその理論の演繹力は強くなる。だが他方で、真理の非実質性を保証するには、その理論が弱いほうが望ましい。こうしてデフレ主義者は、少なくとも自らのテーゼに形式的な基盤を与えようとする際にジレンマに陥ってしまう。本稿ではこの問題に焦点を当て、どのように軽減されうるかを考察する。

形式的な真理理論において主に対象とされるのは、一階述語論理の算術用の言語 $\mathcal{L}$ と、その再帰的に公理化された算術の理論 B である。以下では簡単のため、$\mathcal{L}$ の論理的記号は $\neg$ と $\wedge$ と $\forall$ のみとし、その他は自然に定義する。また、$\mathcal{L}$ は定項記号 $\overline{0}$ と後続者関数 S、足し算、掛け算用の二項関数記号＋、

×のみ持ち、関係記号は等号＝のみとする。各 $k<\omega$ について、$\mathcal{L}$ の項である数項 $\overline{k}$ は、$\overline{0}$ に S を k 回適用した $S(S(\ldots S(\overline{0})\ldots))$ の略とする。B は通常の統語論を展開できる必要があり、ここでは B=PA（ペアノ算術）とする。表現のコーディングを固定し、表現 E に対して、⌜E⌝ はそのゲーデル数とする（誤解の恐れがない場合、このカッコは適宜省略する）。また、例えば「x は $\mathcal{L}$ の閉項である/文である」といった述語は、それぞれ $\mathcal{L}$ の式 $Term_{\mathcal{L}}(x)$/ $Sent_{\mathcal{L}}(x)$ で定義できる。また、$Prov_S(x)$ は再帰的に公理化された理論 S の標準的な可証性述語とする。$\mathcal{L}$ の評価関数 「$^{\circ}$」は、$\mathcal{L}$ の項（のゲーデル数）に対して、その値を返し、これも PA で定義できる（値の存在と一意性が PA で示せる）。また、他の再帰関数についても同様である。例えば $\mathcal{L}$ の変数 x（のゲーデル数）と $\mathcal{L}$ の式 φ（のゲーデル数）に対して ∀xφ（のゲーデル数）を返す関数は $\underline{\forall}$ で表される。一般に、関数 g が PA で定義できるとき、$\underline{g}$ はこれを表す、定義された関数記号とする。以下で考える他の言語 $\mathcal{L}'$ についても、$Sent_{\mathcal{L}'}(x)$ などと、同様に $\mathcal{L}$ 式で定義できる [2]。また、ここで PA は我々が既に受け入れているものとしての役割も持っており、ベース理論と呼ばれる。$\mathcal{L}$ に新しい一項述語記号 T を加えてできる言語を $\mathcal{L}_T$ とする。今、PA に $\mathcal{L}_T$ の公理や規則を加えて新たな $\mathcal{L}_T$ の（真理）理論 S を作る（以下、考察する真理理論は全て、ベース理論 PA に真理理論の言語における公理や規則を加えて得られるとし、PA への言及は省略する）。そのような S の例としては、タルスキに由来する次が有名である。

定義 2　$\mathcal{L}_T$ 理論 the disquotational theory, DT は、$\{T(\varphi)\leftarrow\rightarrow\varphi \mid \varphi$ は $\mathcal{L}$ 文$\}$。

だが、DT は上に述べた一般化の機能の点で不満足である。例えば、「$\mathcal{L}$ の排中律の例は全て真である」（を形式化した $\mathcal{L}_T$ 文）でさえ、DT からでは示せない(Halbach, 1999, p.10)。より強い真理理論として、次も有名である。

定義 3　$\mathcal{L}_T$ 理論 the compositional theory, CT は、次の公理からなる。

CT1　$\forall s,t(Term_{\mathcal{L}}(s)\land Term_{\mathcal{L}}(t)\rightarrow(T(s\underline{=}t)\leftarrow\rightarrow s^{\circ}=t^{\circ}))$

CT2　$\forall x(Sent_{\mathcal{L}}(x)\rightarrow(T(\underline{\neg}x)\leftarrow\rightarrow\neg T(x)))$

CT3　$\forall x,y(Sent_{\mathcal{L}}(x\underline{\land}y)\rightarrow(T(x\underline{\land}y)\leftarrow\rightarrow T(x)\land T(y)))$

CT4　$\forall v,x(Sent_{\mathcal{L}}(\underline{\forall}vx)\rightarrow(T(\underline{\forall}vx)\leftarrow\rightarrow\forall t(Term_{\mathcal{L}}(t)\rightarrow T(x(t/v)))))$

（CT4 の $x(t/v)$ は、式 x の各自由変数 v を一斉に項 t で置き換えた結果）

CT は DT を含み、「$\mathcal{L}$ の排中律の例はすべて真である」といった文も示すことができ、さらに PA と同じ $\mathcal{L}$ 文を示す。つまり、CT は PA 上保存拡大であり、この性質が真理の非実質性の基準として重要だとする議論もある [3]。

だが、度々問題となるのは、証明と真理の関係である。我々が受け入れている理論 U から示された、$\mathcal{L}$ のどの文についても、（デフレ主義によれば）真

と言えるはずである。よって、真理の一般化の機能からすれば、「U から示された $\mathcal{L}$ 文は全て真」という主張を示せるべきだろう。これは形式的に $\forall x(Sent_{\mathcal{L}}(x)\rightarrow(Prov_U(x)\rightarrow T(x)))$ として表せ、U の $\mathcal{L}$ 文用の大域的反映原理,GRP_U という（以下、特に理論 U の中身に関心がないときは、単に GRP と呼ぶ。)。ベース理論 PA の場合で言えば、PA から示された $\mathcal{L}$ 文は全て真といえるはずなので、GRP_{PA}: $\forall x(Sent_{\mathcal{L}}(x)\rightarrow(Prov_{PA}(x)\rightarrow T(x)))$ で表現される。しかしながら、実際には、理論 CT＋GRP_{PA} は（この＋は、理論に公理や式の集合を加えて帰結で閉じて新たな理論を作る操作を表す)、PA から示せない $\mathcal{L}$ 文を導くため、CT の保存拡大性から、GRP_{PA} は CT で示せない。

こうした問題のため、非実質性か、表現的機能のどちらかの完全な実現は妥協する必要がある。そこで、本稿では保存拡大性を破棄したとして、GRP をどのように正当に獲得できるか考えることにする。まず、単純に CT＋GRP_{PA} を PA の真理理論とみなすことは不十分に思われる。というのも、この新しい理論において新たな $\mathcal{L}$ 文が示せたのならば、今度はそれらも含めた $\mathcal{L}$ 文全てに対する GRP、すなわち、$GRP_{CT+GRPPA}$ も導出できるべきだという要求が再び生じるからである。こうして要求を次々に満たすには、結局 GRP の追加を無限に繰り返す必要がある。このことの問題点は、無限回の追加というよりも、望ましい主張を無根拠に前提することでしか得ていないというアドホックさにあるだろう。そこで、真理への直観や理解を前提としない原理に基づいて理論を強くし､そこから GRP を示していくことが求められる。そうした原理の追加は依然として無限回必要になるかもしれないが､GRP の単なる追加のような自明さはないといえる。

以上の動機のもと、本稿では次の結果を得た。まず、GRP を非自明に得るという方針が、CT の場合に成功することを定理 1 で確認する。次に、型無しの真理理論のうち、代表的な理論の一つである FS 理論に焦点を当て、この方針を制限することで、理論の無矛盾性を維持したまま、GRP に関して定理 1 と類似の結果が得られることを、定理 2 と定理 3 で確認する。

2 反映原理の反復適用（型付きの真理理論の場合）

GRP に替わる原理の提示には､Horsten & Leigh (2017)の議論を採用する。それによると、私たちは、すでに受け入れている理論 S においてある式が証明されたならば、それもまた受け入れるはずである。この態度は、S の統一的反映原理(uniform reflection principles)、RP_S:{$\forall x(Prov_S(\varphi(\dot{x}))\rightarrow\varphi(x))$ | φ は S の言語の、高々 x のみ自由変数にもつ式}という集合の形で表すことができるだろう（ここで $\varphi(\dot{x})$は、$\varphi(x)$に x に等しい数項を代入した式のゲーデル

数を返す関数。また、具体的な S に関心がないときは、RPs を単に RP と呼ぶ)。すると、S を受け入れることのうちには、暗黙的にこの RPs を受け入れることが含まれる。この暗黙的な受け入れは、真理概念を持たずとも定式化できる、一般的な態度である。よって、単なる GRP の追加よりも好ましい[4]。本稿はこの方針を GRP の獲得に利用する。

定義 4　理論 S に対して、理論 $RP_n[S]$は次のように帰納的に定義される。まず $RP_0[S]=S$。次に、$RP_{n+1}[S]=RP_n[S]+RP_{RPn[S]}$とする。そして、$RP_{<\omega}[S]$は理論$\cup_{n<\omega}RP_n[S]$とする。

すると、CT については上の要求が満たせることがわかる：

定理 1　各 n に対して、$RP_{n+2}[CT]$は $GRP_{RPn[CT]}$を示す。

証明　Horsten & Leigh (2017, pp.223-4)と同様に示せる。まず、各 $\mathcal{L}$ 文 φ に対して、$RP_{n+1}[CT]\vdash Prov_{RPn[CT]}(\varphi)\to\varphi$ であり、CT は DT を含むので、$\varphi\to T(\varphi)$が示せる。よって、$RP_{n+1}[CT]\vdash Prov_{RPn[CT]}(\varphi)\to T(\varphi)$で、さらにこれは PA 内でも示せ、$PA\vdash\forall x(Sent_{\mathcal{L}}(x)\to Prov_{RPn+1}\ulcorner(Prov_{RPn[CT]}(\dot{x})\to T(\dot{x}))\urcorner)$。ゆえに、$RP_{n+2}[CT]$における RP の例を用いて $GRP_{RPn[CT]}$を得る。　□

よって、型付きの真理理論の場合、RP の利用という非自明な仕方で、各 GRP、つまり「CT から示された $\mathcal{L}$ 文は全て真」「$CT+RP_{CT}$ から示された $\mathcal{L}$ 文は全て真」、・・・等々が $RP_{<\omega}[CT]$から示せることがわかる[5]。

3 型無しの真理理論（FS）と反映原理の制限

次に型無しの真理理論、つまり $\mathcal{L}_T$ 文への T の適用も許す理論を考える。ここでは特に the Friedman-Sheard theory, FS を考察する。特に、Halbach（2011）による定式化は次：

定義 5　$\mathcal{L}_T$ 理論 FSN は、定義 3 の CT1 と公理 FS2~FS4 と、$\mathcal{L}_T$ 式用の全ての帰納法の例からなる。ただし、各 FSi($2\leqq i\leqq 4$)は、定義 3 の CTi の $Sent_{\mathcal{L}}$ を $Sent_{\mathcal{L}T}$ に置き換えたもの。

次に、NEC とは $\mathcal{L}_T$ 規則で、任意の $\mathcal{L}_T$ 文 φ から T(φ)の導出を許す。CONEC は逆に、T(φ)から φ の導出を許す規則である、そして、FS とは、FSN を NEC/CONEC で閉じて得られる理論とする。また、NEC/CONEC の適用をそれぞれ n 回未満に制限することで得られる、FS の部分理論を FS_n という。ここで FS_0 は PA＋$\mathcal{L}_T$ 式の帰納法全てとする。

ここで FS に対する自然な要求は、CT と同様に FS に RP を追加していくことで、各 GRP が示せることである。だが、Mcgee の定理により、FS は ω 矛盾し、これが原因で $RP_1[FS]$は矛盾する(Halbach, 2011, p.192)。

そのため、少なくとも $\mathcal{L}$ 文に関して、矛盾を導くことなく上のような一般

化の機能を実現するためには、FS に対する RP を適切に制限する必要がある。このために以下で採用する方法は、おおまかにいえば、FS のなかで CT を模倣し、それら用に制限された反映原理を追加するというものである。この理論が無矛盾であることをいうために、Halbach(1994)に従って、無矛盾性が既にわかっている別の理論と算術文について同じ帰結を持つことを示す。なお、これがいえれば、FS から $\mathcal{L}_T$ 式用の全ての帰納法の例を除いた体系（これは PA 上保存拡大であることが知られている）でも明らかに無矛盾とわかる。さらに、その体系でも下の定理 3 が FS と同様に成り立つ。よって、明示的に受け入れている真理理論自体は PA 上保存拡大でありつつ、各 GRP を示せることになり、CT の場合と同じ構造の結果を得られる。

$\mathcal{L}$ にない、新しい真理述語 T_n $(n<\omega)$をとり、$\mathcal{L}_{<k}$ とは、$\mathcal{L}$ に、各 $n<k\leqq\omega$ について、T_n を加えてできる言語とする。特に $\mathcal{L}_{<0}$ は $\mathcal{L}$ と一致する。

定義 6　$\mathcal{L}_{<n}$ 理論である $RT_{<n}$ とは、各 $i<k<n$ なる i と k について、次の公理、$RT1_n$～$RT7_n$ と、$\mathcal{L}_{<n}$ 式用の全ての帰納法の例からなる：RTj_n $(1\leqq j\leqq 4)$は、それぞれ定義 2 の CTj において、$Sent_{\mathcal{L}}$ を $Sent_{\mathcal{L}<k}$ に、T を T_k に置き換えたものとする。また、$RT5_n$～$RT7_n$ はそれぞれ次：

$RT5_n$　$\forall x(Sent_{\mathcal{L}<i}(x)\rightarrow(T_k(\underline{T}_i(\dot{x}))\leftarrow\rightarrow T_i(x)))$

$RT6_n$　$\forall x(Sent_{\mathcal{L}<i}(x)\rightarrow(T_k(\underline{T}_i(\dot{x}))\leftarrow\rightarrow T_k(x)))$

$RT7_n$　$\forall x(T_k(x)\rightarrow Sent_{\mathcal{L}<k}(x))$

そして、$RT_{<\omega}$ は理論 $\cup_{n<\omega}RT_n$ とする。

Halbach は各 $RT_{<n}$ に対し、その各公理を、FS の定理へと変換する関数を定めた。特に本稿では、$\mathcal{L}_{<1}$ 式から $\mathcal{L}_T$ 式への再帰関数 h を用いる。これは、各 $\mathcal{L}_{<1}$ 式 φ における $T_0(t)$の出現を、それぞれ $Sent_{\mathcal{L}<0}(t)\wedge T(t)$に置き換えて、$\mathcal{L}_T$ 式を出力する関数である（Halbach のものより若干簡略化したが、本稿には影響しない）。すると、各 $\mathcal{L}$ 式 φ で $h(\varphi)=\varphi$。(Halbach, 1994 p.322)

補題　各 $\mathcal{L}_{<1}$ 文 φ に対し、$RT_{<\omega}\vdash\varphi$ と $FS\vdash h(\varphi)$は互いに同値。

証明　左から右は Halbach(1994, p.322)による。本稿の $RT_{<n}$ の場合、定義 6 で $RT7_n$ を新たに加えたが、Halbach の証明はそのまま実行できる。

次に、右から左については、Halbach が $\mathcal{L}$ 文の場合のみ示したが、その証明を利用して、$\mathcal{L}_{<1}$ 文用の証明を得たい。まず、Halbach(1994, pp.323-4)の結果は次のようである。$\mathcal{L}_T$ 式から $\mathcal{L}_{<n}$ 式への再帰的関数 g_n を、n に関して帰納的に作る。大雑把には、各 g_n は、$\mathcal{L}_T$ 式に対し、そのうちで他の真理述語に含まれる回数が少ない真理述語から順に、大きい指標をつけていき、型の大小を守らせるようにして、$\mathcal{L}_{<n}$ 式に変換する関数である、g_0 は、各 $\mathcal{L}_T$ 式に対して、そのなかの全ての Tt の形の出現を 0=1 に置き換えた式を出力する

関数とする（「0=1」の代わりに、適当な算術文としてもよい）。g_{n+1} は次：各 $\mathcal{L}_T$ 式 φ に対し、

$$g_{n+1}(\varphi)=\begin{cases} \varphi & \mathcal{L}\text{ のあるターム } s,t \text{ について、} \varphi \text{ が } s=t \text{ の形のとき} \\ \overline{0}=\overline{1} & \varphi \text{ が } \mathcal{L}_T \text{ の式ではないとき} \\ T_n(\underline{g_n}(t)) & \varphi \text{ が } Tt \text{ の形のとき} \end{cases}$$

φ が複合式の形のときは g_{n+1} と ¬、∧、∀ をそれぞれ交換する。

そして、次が成立する(Halbach, 1994 p.323)：各 n と $\mathcal{L}_T$ の式 φ について、

$$FS_n \vdash \varphi \quad \text{ならば、} RT_{<2n} \vdash g_n(\varphi)$$

これを用いて補題の右から左を示す。そのために、$\mathcal{L}_{<1}$ 文 φ について、FS $\vdash h(\varphi)$ であると仮定する。すると、ある n で $FS_n \vdash h(\varphi)$ で、特に $n \geqq 1$ とできる。よって、Halbach の結果から、$RT_{<2n} \vdash g_n(h(\varphi))$ を得る。φ は $\mathcal{L}_{<1}$ 文なので、真理述語は $T_0(t)$ の形でのみ出現しうる。よって、$h(\varphi)$ において、この真理述語は、$Sent_{\mathcal{L}<0}(t) \wedge T(t)$ に置き換わっている。さらにこれは、g_n の適用によって、$Sent_{\mathcal{L}<0}(t) \wedge T_{n-1}(\underline{g_{n-1}}(t))$ に置き換わる。今、$g_n(h(\varphi))$ におけるこれらの出現を、それぞれ $T_0(t)$ に置き換えたものを φ’とおく。φ’が $g_n(h(\varphi))$ と $RT_{<2n}$ で同値であること・・・①、φ’が φ 自身と一致すること・・・②、を示す。そうすれば、$RT_{<2n} \vdash \varphi$、つまり、$RT_{<\omega} \vdash \varphi$ が示されるので、右から左が示されたことになる。まず①を φ の複雑さの帰納法で示す。複合式の場合と算術的原子式の場合はそれぞれ帰納法の仮定と翻訳関数の定義より明らかなので、原子式 $T_0(t)$ の場合に $T_0(t)$ と $Sent_{\mathcal{L}<0}(t) \wedge T_{n-1}(\underline{g_{n-1}}(t))$ が $RT_{<2n}$ で同値であることのみ示す。まず、$Sent_{\mathcal{L}<0}(t)$ ならば $t=\underline{g_{n-1}}(t)$ が PA で示せ、$Sent_{\mathcal{L}<0}(t) \wedge T_{n-1}(\underline{g_{n-1}}(t))$ は、$Sent_{\mathcal{L}<0}(t) \wedge T_{n-1}(t)$ に同値。さらに、k=n-1 と i=0 の場合で定義 6 の RT5n,6n を用いて $Sent_{\mathcal{L}<0}(t) \to (T_{n-1}(t) \longleftrightarrow T_0(t))$ が示せるので、定義 6 の $RT7_n$ より、①が従う。②も φ の複雑さの帰納法で示せる。 □

次に、FS と $RT_{<\omega}$ それぞれに対し、制限された反映原理を考える。

定義 7 FS に対し、制限された(restricted)反映階層 $rRP_n[FS]$ は n に関して帰納的に定義される。$rRP_0[FS]$ は FS のままとする、n＞0 では次：

$rRP_{n+1}[FS] = rRP_n[FS] + \{\forall x(Prov_{rRPn[FS]}(\varphi(\dot{x})) \to \varphi(x)) \mid \forall x\varphi(x)$ は、ある $\mathcal{L}_{<1}$ 文に h を適用して得た $\mathcal{L}_T$ 文$\}$.そして、$rRP_{<\omega}[S]$ は $\cup_{n<\omega} rRP_n[S]$ とする。

同様に、$RT_{<\omega}$ 用の制限された反映階層 $rRP_n[RT_{<\omega}]$ については、$rRP_0[RT_{<\omega}]$ は $RT_{<\omega}$ のまま。次に、$rRP_{n+1}[RT_{<\omega}] = rRP_n[RT_{<\omega}] + \{\forall x(Prov_{rRPn[RT<\omega]}(\varphi(\dot{x})) \to \varphi(x)) \mid \forall x\varphi(x)$ は $\mathcal{L}_{<1}$ の文$\}$ とする。

そして、$rRP_{<\omega}[RT_{<\omega}]$ は $\cup_{n<\omega} rRP_n[RT_{<\omega}]$ とする。

定理 2 各 $n<\omega$ と $\mathcal{L}_{<1}$ 文 φ について、$rRP_n[RT_{<\omega}] \vdash \varphi$ と $rRP_n[FS] \vdash h(\varphi)$ は互いに同値である。さらに、このことは PA 内で証明できる。

証明　n の帰納法で示す。n=0 の場合は補題による。

次に、n=i＋1＞0 の場合を考える。左から右を示すため、$rRP_{i+1}[RT_{<\omega}]\vdash\varphi$ と仮定する。すると、ここで使われた $rRPi[RT_{<\omega}]$用の反映原理の例は高々有限個なので、それぞれ φ1,・・・φm とおく。すると、演繹定理から $rRP_i[RT_{<\omega}]\vdash\varphi1\rightarrow\varphi2\rightarrow\cdots\rightarrow\varphi$ である。この文は $\mathcal{L}_{<1}$ 文なので、帰納法の仮定と h の分配から $rRP_i[FS]\vdash h(\varphi1)\rightarrow h(\varphi2)\rightarrow\cdots\rightarrow h(\varphi)$　がいえる。さらに、帰納法の仮定から、i の場合の結果が算術内で示せ、各 $\mathcal{L}_{<1}$ 文 $\forall x\varphi(x)$について、同値文 $\forall x\ (Prov_{rRPi[RT<\omega]}(\varphi(\dot{x}))\leftrightarrow Prov_{rRPi[FS]}(\underline{h}(\varphi(\dot{x}))))$がいえる。
よって、各 $h(\varphi j)(1\leqq j\leqq m)$は、$\forall x(Prov_{rRPi[RT<\omega]}(\varphi j'(\dot{x}))\rightarrow h(\varphi j'(x)))$の形なので、これは$\forall x(Prov_{rRPi[FS]}(\underline{h}(\varphi j'(\dot{x})))\rightarrow h(\varphi j'(x)))$と同値で、後者は $rRP_{i+1}[FS]$ から示せる。ゆえに、三段論法から $rRP_{i+1}[FS]\vdash h(\varphi)$で、左から右側が示された。反対側は、今の議論をほぼ下から上にさかのぼることで同様に示せる。さらに以上は PA で示せる。よって、n=i＋1 の場合も良い。　□

定理 2 より、特に $\mathcal{L}$ 文について両者は同じ文を示す。$rRP_{<\omega}[RT_{<\omega}]$の無矛盾性は、例えば Leigh(2016)の KF への分析からわかる。よって、$rRP_{<\omega}[FS]$ も無矛盾とわかる。また、定理 1 と同様に、次が成り立つことがわかる：

定理 3　各 n で、$rRP_{n+2}[FS]\ \vdash\ GRP_{rRPn[FS]}$である。

証明　定理 1 と同様に示すには φ: $\forall x(Sent_{\mathcal{L}<0}(x)\rightarrow(Prov_{rRPn[FS]}(x)\rightarrow T(x)))$に同値な $\mathcal{L}_T$ 文 φ'であって、ある $\mathcal{L}_{<1}$ 文 ψ について h(ψ)の形になっているものを与えればよく、φ'：$\forall x(Sent_{\mathcal{L}<0}(x)\rightarrow(Prov_{rRPn[FS]}(x)\rightarrow(Sent_{\mathcal{L}<0}(x)\wedge T(x))))$が、$h(\forall x(Sent_{\mathcal{L}<0}(x)\rightarrow(Prov_{rRPn[FS]}(x)\rightarrow T_0(x))))$の形で、さらに φ と φ'は論理的に同値なので良い。　□

よって、無矛盾な $rRP_{<\omega}[RT_{<\omega}]$から、「FS で示せた $\mathcal{L}$ 文はすべて真」、「FS に一回 rRP を加えた理論で示せた $\mathcal{L}$ 文はすべて真」等々が示せるとわかる。

結論と今後の課題

本稿では、統一的反映原理の反復的な追加が、大域的反映原理の導出に有効であると主張し、さらに、型無しの真理理論で、特に ω 矛盾である FS においても、反映原理の制限によって、$\mathcal{L}$ 文用の GRP が無矛盾のまま導出できることを示した。だが、型無しの利点を保持するには、$\mathcal{L}_T$ 文を含む GRP についても同様の結果が得られるべきだと思われる。特に、$\mathcal{L}_{<\omega}$ 式一般に関して上の補題に近い結果が得られるのかについては現在考察中である。

型無しの真理理論としては、他にも the Kripke-Feferman theory, KF が有名である。これは ω 無矛盾なため、FS の問題は生じないが、定理 1 と同様の仕方で $\mathcal{L}_T$ 文用の GRP を得られるかは定かでない。そこで、定理 1 の証

明を模倣するには、CT における $\mathcal{L}$ 文の集合のように、KF で既に双条件文が示せている集合に限定して GRP を示していくことが考えられる。そのための RP の追加によって KF がどれほど強くなるかなどは今後の課題とする[6]。

注

1. デフレ主義の歴史的展開や、真理に関する一般化の機能の哲学的問題については、例えば Båve(2006)で広く考察されている。
2. PA 内での統語論の詳細は、例えば Kaye(1997, Ch. 9.2)を見よ。
3. デフレ主義と保存拡大性の関係については藤本(2014)を見られたい。
4. 査読者の指摘通り、もし GRP もまた暗黙的な受け入れの態度の定式化になっているといえるならば、RP から GRP を得るという本論の議論は冗長となる。一点補足すると、本論では「理論の帰結を暗黙的に受け入れる」態度が真理概念の把握に先立って可能である、という直観に依拠している。これが正しければ、その態度の定式化は真理概念を用いずになされるべきであり、GRP のような定式化は冗長となるはずである。少なくともこの直観への評価が定まらない限り、RP から GRP を得ることには意義があると思われる。
5. 査読者の指摘通り、以上は $U \vdash GRP_U$ なる理論 U を求める代わりに、GRP_U の要求が生じるたびに、それが示せる U の適切な拡大を与えるものである。
6. 本稿の作成にあたり、佐野勝彦氏と匿名の査読者からは、全体の構成や多くの技術的誤りについて適切な助言を頂いた。ここに感謝申し上げる。

参考文献

Båve, A. 2006, *Deflationism: A Use-Theoretic Analysis of the Truth-Predicate*, Dissertation, Stockholm University.

Halbach, V. 1994, “A System of Complete and Consistent Truth,” *Notre Dame Journal of Formal Logic,* 35(1):311-27.

Halbach, V. 1999, “Disquotationalism and Infinite Conjunctions,” *Mind,* 108(429):1-22.

Halbach, V. 2011, *Axiomatic theories of truth*, Cambridge University Press.

Horsten, L. & Leigh, G. E. 2017, “Truth is simple,” *Mind,* 126(501):195-232.

Kaye, R. 1997, *Models of Peano Arithmetic,* Oxford University Press.

Leigh, G. E. 2016, “Reflecting on truth,” *IfCoLog Journal of Logics and their Applications,* 3(4):557-94.

藤本健太郎 2014 「デフレ主義と保存性」『哲学雑誌』 129(801):158-31 有斐閣

（北海道大学）