日本科学哲学会第 52 回年次大会

対称ラムダ計算の型規則と古典論理的推論

角田健太郎(Kentaro Tsunoda)
首都大学東京

本発表の目的は、1990 年代から 2000 年代にかけてさかんに研究された古典論理体系と対応する計算体系に関する諸研究を踏まえ、Gentzen(1935)の NK とは異なる仕方での古典自然演繹体系の形式化の方法(特に、NK のように自然演繹の推論規則間の対称性を崩してしまうことのないような形式化の方法)を考察し、計算体系の関数構成に寄り添うような古典論理的推論とはどのような形をしているのかを報告することである。

さて、型付きラムダ計算体系の諸概念(型、型付けの図式、閉じたラムダ式の型判定の図式、正規化の過程、正規形、等々)と直観主義論理体系の諸概念(論理式、推論規則、NJ-証明図、NJ-証明図簡約の過程、回り道のない NJ-証明図、等々)は同一視できることが知られている。この対応は Curry=Howard 対応と呼ばれる。

Curry=Howard 対応の古典論理版は、Griffin(1990)により定式化された。これによると、通常の型付きラムダ計算体系を拡張して継続呼び出しを行う演算子を導入した計算体系が、古典論理体系と対応する。

継続(continuation)とは、あるラムダ式のある 1 つの可約部に焦点を当てたときにその可約部にとっての背景となる(いわば無視される)、そのラムダ式中のその可約部を除いた部分を指す概念である。「計算の残りの部分」とも呼ばれる。

継続呼び出しを行う演算子を持つラムダ計算体系のひとつに、Filinski(1989)によって提案され、2000 年代に浅井、阪上、上田ら(2009,2010)によって再形式化された対称ラムダ計算(symmetric lambda calculus、以下 SLC)がある。他にも Parigot(1992)の $\lambda\mu$ 計算や Wadler(2003,2005)の双対計算など、古典論理体系に対応する型規則を備えた計算体系はさまざまにある。しかし Filinski および浅井らの SLC は、いま述べた通り継続呼び出しを行う演算子を備える点で古典論理との対応を持つが、その型規則は「型付けの図式が結論 1 個の形をしている」や「論理記号⊃(ならば)と類似した振る舞いをする論理記号が原始的論理記号として振る舞う」等々の、直観主義論理と共通する特徴を備えており、“前提となる諸命題から 1 個の確定した結論を引き出す”という本来の推論の概念をより適切に具現していると考えられる。この理由から、本発表では SLC に着目する。(発表者は、直観主義論理を推論の理解の出発点となるものと考える。)

本発表では、浅井らが形式化した SLC の型規則と対応する自然演繹体系 対称自然演繹(symmetric natural deduction、以下 SND)を定義する。そして古典論理的命題のいくつか

を例にとり、それらを導出するSND-証明図がそれぞれどのような形をしているか、そしてそこで構成される関数(つまり継続呼び出しの演算子を含むような関数)がどのような関数であるかを見る。そして古典論理的証明において行われる推論がどのような推論であると考えられるのかを報告する。

すでに浅井らによって、SLCの型健全性、値呼びSLCと名前呼びSLCの簡約の一意性と停止性、制限を加えたSLCの型規則とNKとの同等性が示されている。しかし、制限を加えないSLCの型規則と同等であり、かつ部分論理式特性を満たすような無矛盾な論理体系の形式化はいまだ与えられていないとみられる。なおSND-証明図の中には、簡約箇所がなく、かつ終式の部分論理式でない論理式が出現するような証明図が存在する。発表では最後に、SNDと同等なシーケント計算体系 対称シーケント計算(symmetric sequent calculus、以下SSC)を定義し、SSCと対応する(値呼び・名前呼びそれぞれの)計算体系の定義とSSCのカット除去証明の見通しを述べる。Wadlerの双対計算と比較した際のSSCの特徴点についても述べる。

参考文献

・Gentzen,G (1935) “Untersuchungen über das logische Schließen I,II,” *Mathematische Zeitschrift 39*, 176-210,405-431

・Filinski,A (1989) “Declarative continuations and categorical duality,” Master’s thesis, DIKU Report 89/11, University of Copenhagen

・Griffin,T (1990) “A formulae-as-type notion of control,” *17’th Symposium on Principles of Programming Languages (POPL’90)*, pp. 47-58

・Parigot,M (1992) “λμ-calculus: An Algorithmic Interpretation of Classical Natural Deduction,” In A. Voronkov, editor, *Logic Programming and Automated Reasoning (LNCS 624)*, pp. 190-201

・Wadler,P (2003) “Call-by-value is dual to call-by-name,” *Proceedings of the eighth ACM SIGPLAN International Conference on Functional Programming (ICFP’03)*, pp. 189-201

・Wadler,P (2005) “Call-by-value is dual to call-by-name, Reloaded,” In J. Giesl, editor, *Term Rewriting and Applications (LNCS 3467)*, pp. 185-203

・阪上 紗里、浅井 健一 (2009)「対称λ計算の基礎理論」コンピュータソフトウェア, Vol. 26, No. 2, pp. 3-17

・上田 やよい、浅井 健一 (2010)「型付き対称λ計算と古典論理」 第１２回プログラミングおよびプログラミング言語ワークショップ論文集 pp. 34-48