

量子力学における文脈依存性

北島雄一郎 (Yuichiro Kitajima)

日本大学生産工学部

量子力学は確率的な理論であり、位置、運動量、エネルギー、スピンなどの観測可能量を測定したとき、その観測可能量の値が測定される確率を求めることができる。例えば、量子力学によって、自由電子がある位置で測定される確率を計算することができる。しかし、その正確な値を知ることはできない。そのため、量子力学が誕生した当初から、量子力学における物理的対象は確定した値をもち、その値は測定によって明らかにされるという見解が存在した。この見解によれば、量子力学は不完全であり、我々が知らない隠れた変数を補えば量子力学は完全になり、観測可能量は確定した値をもっていると考えられるようになる。例えば、自由電子の正確な位置や運動量を測定することはできないけれども、実際はある位置に存在していて、ある運動量をもっていることになる。

「物理的実在についての量子力学的記述は完全であると考えられるだろうか」という題名の論文において、Einstein et al. (1935) はこの問題を扱っている。彼らは「ある物理理論が完全であるならば、すべての物理的実在の要素は、その物理理論のなかに一つの対応するものをもたなければならない」(Einstein et al. 1935, p. 777) という完全性の基準と、「一つの系を決して擾乱することなく、確実に (すなわち、確率 1 で) ある物理量の値を予測できるならば、その物理量に対応する物理的実在の要素が存在する」(Einstein et al. 1935, p. 777) という実在性の基準に基づいて、量子力学は不完全であると主張した。この主張が正しいのであれば、量子力学を完全にするような隠れた変数が存在することになる。それでは、そのような隠れた変数は存在するのだろうか。

ベルの不等式の破れ (Bell 1964) とコッヘン・シュペッカーの定理 (Kochen and Specker 1967) によれば、そのような隠れた変数を量子力学において考えることは難しい。ベルの不等式の破れは局所性条件をみたす隠れた変数に関わるのに対して、コッヘン・シュペッカーの定理は非文脈依存性条件をみたす隠れた変数に関わる。本発表は、非文脈依存性条件をみたす隠れた変数を扱う。

非文脈依存性条件とは、観測可能量の値は測定の文脈に依存しないという条件である。測定の文脈とは、同時に観測できる観測可能量の集合である。A と B が同時に観測可能であり B と C も同時に観測可能であっても A と C が同時に観測可能でない場合、B は A と B が属する測定の文脈に属することもあれば B と C が属する測定の文脈に属することもある。つまり、観測可能量は異なる測定の文脈に属することがある。非文脈依存性条

件とは、ある観測可能量が異なる測定の間脈に属していても、その観測可能量は測定の間脈に依存しない確定した値をもっているという条件である。観測可能量に対する確定した値の割り当ては、値付値とよばれる。非間脈依存的な隠れた変数とは、この値付値を指定する変数である。つまり、仮にこの隠れた変数を知ることができるのであれば、値付値を通して観測可能量の確定した値を知ることができる。

コッヘン・シュペッカーの定理によれば、量子力学においてすべての観測可能量に対する値付値は存在しない。つまり、すべての観測可能量が確定した値を持っていると考えることはできない。値付値が存在しないのだから、値付値を指定する非間脈依存的な隠れた変数も存在しないことになる。

量子力学の枠組みでは観測可能量の確定した値を知ることができないものの確定した値があるという仮定をした上で値付値は定義されるものであったから、コッヘン・シュペッカーの定理は直接実験で検証できるものではない。実験で検証できるようにするためには、値付値が表面上は現れない形にする必要がある。

ベルの不等式は実験的に検証可能であるのに対して、コッヘン・シュペッカーの定理は直接実験で検証できるものではなかったが、その後コッヘン・シュペッカーの定理を実験的に検証可能な形にする試みが出てきた。Klyachko et al. (2008) による試みはその一つである。彼らは観測可能量を 5 つ考えた。そして、これら 5 つの観測可能量に対して値付値が存在する、つまり、それらが測定の間脈に依存しないような確定した値をもっていると仮定した。値付値を指定する隠れた変数の確率分布を仮定すると、ある不等式が導かれることを彼らは示した。この不等式は、KCBS 不等式とよばれる。KCBS 不等式に関して重要なことは、この不等式は値付値やそれを指定する隠れた変数を含んでいないことである。そのため、コッヘン・シュペッカーの定理の場合と異なり、実験的に検証できる。有限自由度の量子力学系においては、KCBS 不等式を破る状態があるということを Klyachko et al. (2008) は指摘したが、このことは実験で確かめられている (Ahrens 2013; Lapkiewicz 2011)。有限自由度の量子力学系では KCBS 不等式を破る状態や破らない状態が混在しているが (Kitajima 2017, Theorem 3)、無限自由度の量子力学系ではすべての状態が KCBS 不等式を破る (Kitajima 2017, Theorem 5)。したがって、KCBS 不等式の観点からみると、無限自由度の量子力学系は有限自由度の量子力学系より間脈依存的であるといえる。

コッヘン・シュペッカーの定理も KCBS 不等式の破れも非間脈依存的な隠れた変数に関わるものの、その論証は異なっていた。本発表の目的は、コッヘン・シュペッカーの定理で重要な役割を果たす値付値と KCBS 不等式の論理的関係を明確にすること、そしてそのことによって KCBS 不等式が破れることが含意することを明確にすることである。特に、KCBS 不等式が破れている場合、物理的対象は確定した値をもっており測定によってそれらの値を明らかにすると解釈することは難しいということを確認する。

参考文献

- Ahrens, J., E. Amsellem, A. Cabello, and M. Bourennane (2013) “Two fundamental experimental tests of nonclassicality with qutrits,” *Scientific Reports*, Vol. 3, p. 2170.
- Bell, J. S. (1964) “On the Einstein Podolsky Rosen paradox,” *Physics*, Vol. 1, pp. 195–200.
- Einstein, A., B. Podolsky, and N. Rosen (1935) “Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?” *Physical Review*, Vol. 47, No. 10, pp. 777–780.
- Kitajima, Y. (2017) “A state-dependent noncontextuality inequality in algebraic quantum theory,” *Physics Letters A*, Vol. 381, No. 29, pp. 2305–2312.
- Klyachko, A. A., M. A. Can, S. Binicioğlu, and A. S Shumovsky (2008) “Simple test for hidden variables in spin-1 systems,” *Physical Review Letters*, Vol. 101, No. 2, p. 020403.
- Kochen, S. and E. P. Specker (1967) “Problem of hidden variables in quantum mechanics,” *Journal of Mathematics and Mechanics*, Vol. 17, No. 1, p. 59.
- Lapkiewicz, R., P. Li, C. Schaeff, N. K. Langford, S. Ramelow, M. Wiesniak, and A. Zeilinger (2011) “Experimental non-classicality of an indivisible quantum system,” *Nature*, Vol. 474, No. 7352, pp. 490–493.