直観主義確率意味論と古典確率意味論

鈴木 聡 (Satoru SUZUKI)*

日本科学哲学会 第38回 (2005年) 大会 ワークショップ IV の資料

1 序論

本発表で私は、言語哲学と確率論と論理という領域のすべてが交わる領域についての話題を提供したい。Field は、**真理論的意味論**(truth-theoretic semantics) は**概念役割意味論**(conceptual-role semantics) によって補完されるべきであると主張する。彼は、概念役割意味論の実例として**確率意味論**[1] を提示する。この理論の起源は [12] および [13] にある。彼は、確率意味論は、**古典的**であるべきで、**直観主義的**であるべきではないと主張する。この主張に反して私は、Lewis の**第 2 トリヴィアル性結果**[2] を利用して、確率意味論は、直観主義的であるべきで、古典的であるべきではないことを示したい。

2 Field の確率意味論

Harman は、真理論的意味論と概念役割意味論とに関連して次のように述べる。

> ... 意味は、真理条件よりも概念枠における役割に依存する。つまり、意味が関係するのは、証拠・推論・推理、さらに、ひとが何を信じるかに感覚経験が与える影響、推論や推理がひとの信念や計画を修正する仕方、および、信念や計画が行為に反映される仕方である。[3]

Harman のこの主張に対して Field は次のように述べる。

> ... むしろ私の見解は、真理論的意味論と概念役割意味論は互いを補い合わなければならないということである。真理論的意味論

*駒澤大学文学部非常勤講師

[1] 確率意味論については、[1]・[3]・[4]・[5]・[8]・[9]・[10]・[12]・[13]・[14]・[15]・[19]・[20]・[21] 等を参照せよ。

[2] [6] においては、第 1 および第 2 トリヴィアル性結果が提示され、[7] においては、さらに第 3 および第 4 トリヴィアル性結果が提示された。第 1 および第 2 トリヴィアル性結果について私は [16] および [17] において論じた。

[3] [[2]: 11]。

> は、指示における差異が伴わない意味における或る差異を説明できないし、概念役割意味論は、⋯ 言語と世界との関係を適切には説明できない。しかし、真理論的意味論と概念役割意味論とがひとまとめにされれば、それは、意味についてのありのままの事実のすべてを説明する。[4]

Field によれば、真理論的意味論には 2 つのバージョンがあり、(1) と (2) とはそれぞれのバージョンの典型例である。[5]

> (1)　'Beethoven lived in Germany' が真であるのは、Beethoven がドイツに住んでいたときかつそのときのみである。

> (2)　'Beethoven lived in Germany' が真であるのは、'Beethoven' が対象 x を表し、'Germany' が対象 y を表し、'lived in' が関係 R を表し、x が y に対して R を持つような x, y および R が存在するときかつそのときのみである。

彼は、(1) を典型例とするバージョンを真理論的意味論の**非指示的バージョン**と呼び、(2) を典型例とするバージョンをその**指示的バージョン**と呼ぶ。後者において 'Beethoven lived in Germany' の**指示的意味**は、この文の 3 つの構成要素の指示対象の特定に加えて (2) によって与えられる。文の指示的意味を特定することがその意味を十全に特定することではない。**文の意味は、その指示的意味とその概念役割とによって与えられる**。

> (3)　ヘスペラスはヘスペラスである

と

> (4)　ヘスペラスはフォスフォラスである

とは同じ指示的意味を持つ。彼は、(3) と (4) との意味の差異をこれらの概念役割の差異から説明する。さらに彼は、この概念役割の差異を**主観条件付き確率**の差異によって説明する。(3) と (4) とが或る信念主体にとって異なる概念役割を持つのは、文 C という条件の下での (3) の主観確率 [信念の度合] が C という条件の下での (4) の主観確率と異なる、つまり、主観条件付き確率を P によって表現するとき、

> (5)　$P(\text{ヘスペラスはヘスペラスである}\ |C) \neq P(\text{ヘスペラスはフォスフォラスである}\ |C)$

であるときかつそのときのみであると彼は考える。[6] Field は、この確率意味論に関して古典第 1 階量化論理の健全性定理と完全性定理とを証明した。[7]

[4] [[1]: 380]。
[5] [[1]: 389]。
[6] [[1]: 389-390]。
[7] [[1]: 402-409]。

3　問題 1 の提示

Field は、Dummett の意味論における主張を次のようにまとめる。

> もし意味が真理という概念から構成されると信じられていないならば、古典論理の法則は受容されるべきではない。というのは、(例えば、直観主義の法則ではなく、) **これらの**法則を受容する唯一の可能な理論的根拠は、それらがまさしく真理を保存する法則であるということである。[8]

Dummett のこの主張に Field は反論する。つまり、(真理論的意味論ではない) 概念役割意味論の一種である確率意味論も古典的であるべきだと述べる。[9]では、この Field の主張は正しいのだろうか。この問題を次のように定式化しよう。

> **問題 1**　確率意味論は古典的であるべきなのか、それとも、直観主義的であるべきなのか。

この**問題 1** に対して解答を与えることが本発表の目的である。

4　直観主義確率意味論

本発表では、これ以降、議論の単純化のために**文論理**の範囲で議論を進める。文論理の言語 $\mathcal{L}$ の語彙は次のものである。

1. 文記号
   (a) 文変数記号：$A, B, C, D, \dots$,
   (b) 文定数記号：$\bot$,
2. 文結合記号：$\wedge, \vee, \rightarrow$,
3. 補助記号：(,).

$\neg$ および $\top$ は次のように定義される。

> **定義 1**　任意の $\alpha \in WWF_{\mathcal{L}}$ に対して、$\neg\alpha :\Longleftrightarrow \alpha \rightarrow \bot$ とする。また、$\top :\Longleftrightarrow \neg\bot$ とする。

$\mathcal{L}$ の論理式全体の集合を $WWF_{\mathcal{L}}$ とする。任意の $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in WWF_{\mathcal{L}}$ に対して、次の (A1) から (A6)[10]を充たす $P_I : WWF_{\mathcal{L}} \times WWF_{\mathcal{L}} \longrightarrow [0, 1]$ を**直**

[8] [[1]: 379]。
[9] [[1]: 379]。
[10] [[19]: 375]。

観主義条件付き確率関数と呼ぶ。

$$
\begin{array}{ll}
\text{(A1)} & \begin{array}{l} 0 \leq P^I(\alpha|\beta) \leq P^I(\alpha|\alpha \wedge \beta) = P^I(\top|\beta) = 1, \\ P^I(\cdot|\gamma) \neq 1 \Longrightarrow P^I(\perp|\gamma) = 0, \end{array} \\
\text{(A2)} & P^I(\alpha \wedge \beta|\gamma) = P^I(\beta \wedge \alpha|\gamma), \\
\text{(A3)} & P^I(\alpha \wedge \beta|\gamma) = P^I(\alpha|\gamma)P^I(\beta|\alpha \wedge \gamma), \\
\text{(A4)} & P^I(\alpha \vee \beta|\gamma) + P^I(\alpha \wedge \beta|\gamma) = P^I(\alpha|\gamma) + P^I(\beta|\gamma), \\
\text{(A5)} & P^I(\alpha \to \beta|\cdot) = 1 \iff P^I(\beta|\alpha \wedge \cdot) = 1, \\
\text{(A6)} & P^I(\alpha \to (\beta \to \gamma)|\delta) = P^I((\alpha \wedge \beta) \to \gamma|\delta).
\end{array}
$$

$\vdash_{NJs}$ は次のように定義される。

定義 2　Σ を $\mathcal{L}$ の論理式の有限集合とし、α を $\mathcal{L}$ の論理式とする。Σ の各要素を前提とし、α を結論とする直観主義文論理の体系 NJs における推論図が存在することを

$$\Sigma \vdash_{NJs} \alpha$$

と表記する。

$\vDash_I$ は次のように定義される。

定義 3　Σ を $\mathcal{L}$ の論理式の有限集合とし、α を $\mathcal{L}$ の論理式とする。任意の P^I および 任意の $\gamma \in WWF_{\mathcal{L}}$ に対して、もし任意の $\beta \in \Sigma$ に対して $P^I(\beta|\gamma) = 1$ が成り立つならば、$P^I(\alpha|\gamma) = 1$ が成り立つことを

$$\Sigma \vDash_I \alpha$$

と表記する。[11]

$\vDash_I$ に基づく意味論を**直観主義確率意味論**と呼ぶ。直観主義確率意味論に関して直観主義文論理の次の強健全性定理が証明可能である。

定理 1　$\Sigma \vdash_{NJs} \alpha \Longrightarrow \Sigma \vDash_I \alpha.$

証明は [[19]: 377] を参照せよ。■

　また、直観主義確率意味論に関して直観主義文論理の次の強完全性定理が証明可能である。

定理 2　$\Sigma \vDash_I \alpha \Longrightarrow \Sigma \vdash_{NJs} \alpha.$

証明は [18] および [[19]: 381-384] を参照せよ。■

[11] [[19]: 381]。

5 古典確率意味論

任意の $\alpha, \beta, \gamma, \delta \in WWF_{\mathcal{L}}$ に対して、(A1) から (A6) および次の (A7)[12]を充たす $P^C : WWF_{\mathcal{L}} \times WWF_{\mathcal{L}} \longrightarrow [0,1]$ を**古典条件付き確率関数**と呼ぶ。

$$(\text{A7}) \quad P^C(\cdot|\gamma) \neq 1 \Longrightarrow P^C(\alpha|\gamma) + P^C(\neg\alpha|\gamma) = 1.$$

定義 2 にならい $\vdash_{NKs}$ を、**定義 3** にならい $\vDash_C$ を定義する。$\vDash_C$ に基づく意味論を**古典確率意味論**と呼ぶ。古典確率意味論に関して古典文論理の次の強健全性定理が証明可能である。

定理 3 $\Sigma \vdash_{NKs} \alpha \Longrightarrow \Sigma \vDash_C \alpha.$

証明は [[19]: 377] を参照せよ。■

また、古典確率意味論に関して古典文論理の次の強完全性定理が証明可能である。

定理 4 $\Sigma \vDash_C \alpha \Longrightarrow \Sigma \vdash_{NKs} \alpha.$

証明は [[19]: 381] を参照せよ。■

6 Lewis の第 2 トリヴィアル性結果と古典条件付き確率関数の性質

Lewis の第 2 トリヴィアル性結果から $P^C : WWF_{\mathcal{L}} \times WWF_{\mathcal{L}} \longrightarrow [0,1]$ について次の定理が帰結してしまう。

定理 5 P^C は**高々4 値**である。

証明は [[6]: 135-139] を参照せよ。■

定理 1[古典論理の強健全性定理] および**定理 2**[古典論理の強完全性定理] において P^C は 2 値であればよいので、**定理 5** は無害である。しかし、(5) の P として P^C を選択するとき、P_C(ヘスペラスはヘスペラスである $|C$) および P^C(ヘスペラスはフォスフォラスである $|C$) の値を十分に表現することができないので、(3) と (4) との概念役割の差異を表現することができない。その結果、(3) と (4) との意味の差異を表現することができない。このように、**Field が確率意味論を持ち出した本来の眼目が失われてしまう**。

7 第 2 トリヴィアル性結果と排中律

定理 5 を証明するためには (A7)[$P^C(\cdot|\gamma) \neq 1 \Longrightarrow P^C(\alpha|\gamma) + P^C(\neg\alpha|\gamma) = 1$] が必要である。この (A7) は、**排中律**を確率論的に表現したものと言える

[12] [[19]: 375]。

だろう。この (A7) を第 2 トリヴィアル性結果が帰結する原因と見なすことが可能であろう。

8　直観主義条件付き確率関数の性質

$P^I : WWF_{\mathcal{L}} \times WWF_{\mathcal{L}} \longrightarrow [0,1]$ については次の定理が帰結する。

定理 6　P^I は**無限個**の値をとりうる。

証明は [[9]: 290-291] を参照せよ。■

(5) の P として P^I を選択するとき、P_I(ヘスペラスはヘスペラスである $|C$) および P^I(ヘスペラスはフォスフォラスである $|C$) の値を十分に表現することができるので、(3) と (4) との概念役割の差異を表現することができるだろう。その結果、(3) と (4) との意味の差異を表現することができるだろう。

9　結論—問題 1 に対する解答

最後に、**問題 1** に対して解答を与えよう。**定理 5** により、古典条件付き確率関数は高々4 値であるので、信念の度合を十分に表現することができない。一方、**定理 6** により、直観主義条件付き確率関数は無限個の値を取りうるので、信念の度合を十分に表現しうるだろう。したがって、Field の主張に反して、確率意味論は、直観主義的であるべきで、古典的であるべきではないと言えるだろう。

参考文献

[1] Field, H., 'Logic, Meaning, and Conceptual Role,' *The Journal of Philosophy* **74**, 379-409, 1977.

[2] Harman, G., 'Meaning and Semantics,' in Munitz, M. K. and P. K. Unger (eds.), *Semantics and Philosophy*, NYU Press, New York, 1974, 1-16.

[3] Harman, G., 'Problems with Probabilistic Semantics,' in Orenstein, A. and R. Stern (eds.), *Developments in Semantics*, Haven, New York, 1984, 242-245.

[4] Leblanc, H., 'Probabilistic Semantics for First-Order Logic,' *Zeitschrift für Mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik* **25**, 497-509, 1979.

[5] Leblanc, H., 'Alternatives to Standard First-Order Semantic,' in Gabbay, D. M. and F. Guenthner (eds.), *Handbook of Philosophical Logic, 2nd Edition, Vol.2*, 2001, 53-131.

[6] Lewis, D., 'Probabilities of Conditionals and Conditional Probabilities,' *Philosophical Review* **85**, 297-315, 1976, rep. in Lewis, D., *Philosophical Papers II*, Oxford UP, Oxford, 1986.

[7] Lewis, D., 'Probabilities of Conditionals and Conditional Probabilities II,' *Philosophical Review* **95**, 581-589, 1986, rep. in Lewis, D., *Papers in Philosophical Logic*, Cambridge UP, Cambridge, 1998.

[8] Morgan, C. G. and H. Leblanc, 'Probabilitic Semantics for Intuitionistic Logic ,' *Notre Dame Journal of Formal Logic* **24**, 161-180, 1983.

[9] Morgan, C. G. and H. Leblanc, 'Probability Theory, Intuitionism, Semantics, and the Dutch Book Argument ,' *Notre Dame Journal of Formal Logic* **24**, 289-304, 1983.

[10] Morgan, C. G. and E. D. Mares, 'Conditionals, Probablity and Non-Triviality,' *Journal of Philosophical Logic* **24**, 455-467, 1995.

[11] Popper, K. R., *The Logic of Scientific Discovery*, Routledge, London, 1959.

[12] Popper, K. R., 'The Formal Theory of Probability,' in [11], 326-348.

[13] Popper, K. R., 'Derivations in the Formal Theory of Probability,' in [11], 349-358.

[14] Roeper P., and H. Leblanc, *Probability Theory and Probability Semantics*, University of Toronto Press, Toronto, 1999.

[15] Stalnaker, R. C., 'Probability and Conditionals,' *Philosophy of Science* **37**, 64-80, 1970.

[16] 鈴木 聡、「ラムジーテストおよび形而上学的実在論・確率変数意味論について」、東京大学大学院人文社会系研究科哲学研究室『論集』**１６**、９２－１０６頁、１９９８年。

[17] 鈴木 聡、「トリヴィアル性結果・ベイズ主義・直観主義」、科学基礎論学会 秋の研究例会、２００５年。

[18] Thomason, R. H., 'On the Strong semantical Completeness of the Intuitionistic Predicate Calculus,' *The Journal of Symbolic Logic* **33**, 1-7, 1968.

[19] van Fraassen, B. C., 'Probabilistic Semantics Objectified: I. Postulates and Logics,' *Journal of Philosophical Logic* **10**, 371-394, 1981.

[20] van Fraassen, B. C., 'Probabilistic Semantics Objectified: II. Implication in Probabilistic Model Sets,' *Journal of Philosophical Logic* **10**, 495-510, 1981.

[21] Weatherson, B., 'From Classical to Intuitionistic Probability,' *Notre Dame Journal of Formal Logic* **44**, 111-123, 2003.